

从惠更斯原理到索末菲衍射公式

张 瑶,罗玉辉,吴文良

(昭通师范高等专科学校物理系,云南昭通 657000)

[摘要] 自1678年惠更斯提出惠更斯原理,菲涅耳、基尔霍夫、索末菲等都对这一原理作出了改进和完善,体现了科学研究中从定性、半定量再到定量的逐步精确化的发展历程。为了准确理解惠更斯-菲涅耳原理,也为了认识和掌握科学发展的客观规律,有必要对惠更斯原理的发展历程作比较深入的认识,文章对此作了尝试。

[关键词] 衍射;惠更斯-菲涅耳原理;基尔霍夫衍射公式;索末菲衍射公式

[中图分类号] O4-09 [文献标志码] A [文章编号] 1672-2345(2012)04-0042-03

From Huygens' Principle to the Sommerfeld Diffraction Formula

ZHANG Yao, LUO Yuhui, WU Wenliang

(Department of Physics, Zhaotong Teachers College, Zhaotong, Yunnan 657000, China)

[Abstract] Since 1678 Huygens proposed Huygens' Principle, Fresnel, Kirchhoff, Sommerfeld and so on had improved this principle, which reflects the scientific research of the development process from the qualitative, semi-quantitative precision to the quantitative phase. In order to accurately understand the Huygens - Fresnel's principle, and also to grasp the objective laws of scientific development, it is necessary for further knowing the history of development of the Huygens' principle.

[Key words] diffraction; Huygens - Fresnel principle; Kirchhoff diffraction formula; Sommerfeld diffraction formula

惠更斯 (Christiaan Huygens, 1629年4月14日—1695年7月8日), 荷兰物理学家、天文学家、数学家, 主要致力于力学、光波学、天文学及数学的研究。他善于把科学实践和理论研究结合起来, 透彻地解决问题。在摆钟的发明、天文仪器的设计、弹性体碰撞和光的波动理论等方面都有突出成就。1663年他被聘为英国皇家学会第一位外国会员, 1666年刚成立的法国皇家科学院选他为院士。

惠更斯在1678年提交给巴黎科学院的《光论》一书中阐述了光的波动原理, 即惠更斯原理: 波面上的每一点都可看成是发射次波的波源, 各自发出球面次波, 在以后某一时刻, 这些次波的包络面就是该时刻的新波面^{[1]134}。惠更斯原理正确地解释了光的反射定律、折射定律和双折射现象, 应用惠更斯原理可以确定光波从一个时刻到另一时刻的传播。然而衍射现象实质上是不同方向上的强度分布, 惠更斯原理并未涉及强度, 也无波长概念, 仅靠惠更斯原理并不能解决衍射问题。尽管如此, 惠更

斯原理为光的波动说开创了先河, 并为菲涅耳传承和发展。

菲涅耳 (Augustin-Jean Fresnel, 1788年5月10日—1827年7月14日), 法国土木工程师、物理学家, 波动光学的奠基人之一。1823年当选为法国科学院院士, 1825年被选为英国皇家学会会员。两年后因肺病医治无效逝世, 终年仅39岁。

1815年菲涅耳向巴黎科学院提交了第一篇论文《光的衍射》, 在论文中他批评了微粒说, 提出了他的衍射理论及其实验根据, 用“子波相干叠加”的思想补充了惠更斯原理; 1816年, 他又陆续提交了关于反射光栅和半波带法的论文; 1818年, 他用严格的数学证明将定性的惠更斯原理发展为半定量的原理, 后来被称为惠更斯-菲涅耳原理。

为了用光的波动说解释衍射现象, 菲涅耳弥补了惠更斯原理的不足之处, 他基于光的干涉原理考虑到惠更斯子波来自同一光源, 它们应该是相干的, 因而波前外任一点的光振动应该是波前上所有

子波相干叠加的结果。从而解决了光波衍射的问题。菲涅耳认为:波面 S 上每个面积元 dS 都可以看成新的波源,它们均发出次波,波面前方空间某一点 P 的振动可以由 S 面上所有面积元所发出的次波在该点叠加后的合振幅来表示。

惠更斯-菲涅耳原理包括了菲涅耳提出的关于面积元 dS 所发出的各次波的振幅和位相的四个假设^{[1]135}:其一,波面 S 是等位相面,因此可以认为所有次波有相同的初相位(可假定为零);其二,面元 dS 所发出的次波在 P 点引起的元振动的振幅大小 dy 与面元 dS 成正比,与面元 dS 到 P 点的距离 r 成反比,即数学表达式为 $dy \propto \frac{1}{r} dS$;其三,振幅的大小还与倾角 θ 有关,倾角 θ 为 dS 的法线与 dS 到 P 点的连线 r 之间的夹角,这种关系可以用一个称为倾斜因子的函数 $K(\theta)$ 来表示,即 $dy \propto K(\theta)$ 。 $K(\theta)$ 随 θ 的增大而减小,当 $\theta \geq \pi/2$ 时 $K(\theta)=0$ (表示没有后退的波);其四,与波的一般表示式相同,次波在 P 点的相位相对于面元 dS 处的相位落后 $2\pi r/\lambda$ 。根据以上的假设,由波的一般数学表达式 $y=A \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r)$,菲涅耳原理可表示为:子波源 dS 在 P 点产生的振动为 $dy=C \frac{K(\theta)}{r} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r) dS$,式中 C 为比例系数, $K(\theta)$ 称为倾斜因子, $C \frac{K(\theta)}{r}$ 为振幅。将波面 S 上所有面积元在 P 点的作用叠加起来,即可求得波面 S 在 P 点所产生的合振动。

尽管惠更斯-菲涅耳原理由于泊松亮班的发现而被证实,然而它并不是严格的理论产物,较程度上仍是凭朴素的直觉而得到。菲涅耳对倾斜因子没有给出具体的函数形式,只是作了某种猜测,比例系数 C 的含义也不清楚,所以惠更斯-菲涅耳原理仍然只能算一个半定量的原理。针对原理的局限性,基尔霍夫和索末菲根据一般的波动理论导出了衍射公式,给出了菲涅耳原理中倾斜因子 $K(\theta)$ 的具体函数形式和比例系数 C 。

基尔霍夫(Gustav Robert Kirchhoff, 1824年3月12日—1887年10月17日),德国物理学家。生于普鲁士的柯尼斯堡(今为俄罗斯加里宁格勒),后在柯尼

斯堡大学读物理,21岁时提出了著名的基尔霍夫电流定律和基尔霍夫电压定律,解决了电器设计中电路方面的难题。1859年,基尔霍夫通过用灯焰烧灼食盐的实验得出了关于热辐射的定律,1862年他又进一步提出绝对黑体的概念。1882年,在麦克斯韦方程组的基础上,基尔霍夫建立了衍射理论,最先成功地把惠更斯原理正确地写成数学形式,成为势论中格林定理的一个扩充^{[2]65}。

基尔霍夫由电磁波的波动方程对时间分离变量,得到关于空间位置变量函数满足的亥姆霍兹方程。用格林定理求解亥姆霍兹方程,得到自由空间单色光的复振幅,最后得到了基尔霍夫积分定理,具体地表达出惠更斯-菲涅耳原理的基本概念。在基尔霍夫积分定理中,不同面元的贡献所遵守的规律远比菲涅耳所假定的复杂。对此,基尔霍夫证明了:在大多情况下,积分定理可以化为一种近似的、但是大大简化的形式,它和菲涅耳的数学表达基本相同,并给出了菲涅耳理论中尚未确定的那个倾斜因子 $K(\theta)$ 。基尔霍夫考虑了从点光源 P_0 发出的一个单色波,它通过一个不透明平面屏的一个开孔传播到 P 。假定开孔的线度比波长大,但比 P_0 和 P 到屏的距离都小的多,作边界条件假定:①不透明屏后 S_1 面上各点 U 、 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 都为零;②开孔 Σ 面上各点 U 、 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 的分布与屏不存在时相同。这里 $U(P)$ 是 P 点的复振幅, $\frac{\partial U}{\partial n}$ 则在 S 面上各点 $U(P)$ 沿外法线方向的方向导数。这样,基尔霍夫给出了衍射公式:

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(Q) \frac{e^{2\pi i r/\lambda}}{r} \frac{\cos(n, r) - \cos(n, r_0)}{2} dS,$$

式中 $U(Q)$ 是点光源 P_0 在 Σ 面 Q 点的复振幅。当光源为近轴点光源且离衍射屏足够远, r_0 与 n 的夹角接近 180° , $\cos(n, r_0) \approx -1$,从而上式可以写为

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(Q) \frac{e^{2\pi i r/\lambda}}{r} \frac{1 + \cos(n, r)}{2} dS.$$

可见基尔霍夫确定了菲涅耳原理中的倾斜因子 $K(\theta) = \frac{1 + \cos(n, r)}{2}$ 。另外,基尔霍夫的公式还表明次波振源的相位比同一位置的光振动的相位超前

$\pi/2$ 次波振源引起的振动与波长成反比。

尽管基尔霍夫衍射公式可以给出与实际符合的很好的结果,然而基尔霍夫假设的边界条件违背了势场定理。势论中有这样一个定理:如果三维波动方程的一个解在任何非无限小的面元上 U 、 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 都为零,则这个解一定在空间各处都为零。而基尔霍夫边界条件假定违背了势论定理,是自相矛盾的,造成理论上的不自洽。针对这一问题,索末菲选择了不同的格林函数,从而使边界条件不必规定在屏后表面 S_1 上 U 、 $\frac{\partial U}{\partial n}$ 都为零,这样就克服了基尔霍夫边界条件假定在理论上的自相矛盾问题。

阿诺德·索末菲(Arnold Johannes Wilhelm Sommerfeld, 1868年12月5日—1951年4月26日)德国物理学家。出生地与基尔霍夫相同,卒于巴伐利亚的慕尼黑。1916年,他对玻尔的理论提出修正,即引入了电子的椭圆轨道,在作这样的修正时,他把爱因斯坦的相对论应用于高速运动的电子,这样相对论和普朗克的量子都在这种原子模型中找到了自己的位置。人们往往把这种原子模型叫做玻尔-索末菲原子模型。这一模型成功地解释了氢原子光谱和重元素X射线谱的精细结构以及正常塞曼效应。索末菲是一位出色的教师,学生P.J.W.德拜、W.K.海森伯、W.泡利和H.A.贝特等人还获得了诺贝尔奖。

1895年,索末菲最先求出了衍射问题的正确答案^{[2]64}。索末菲选择了这样的格林函数:其中一个球面波以观察点 P 为中心,另一个的中心 P' 以衍射屏为对称面对称于 P ,用 $G_- = \frac{e^{ikr}}{r} - \frac{e^{ikr'}}{r'}$ 作为格林函数,并规定了如下边界条件:①屏后表面 S_1 上的 U 处处为零;②开孔 Σ 面上的 U 与没有衍射屏时相同。这样索末菲边界条件假定就克服了基尔霍夫边界条件假定违背势论定理的问题,使其在理论上自洽。最后得到:

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{\Sigma} (-U(Q) \frac{\partial G_-}{\partial n}) dS$$

$$= \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(Q) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(n, r) dS,$$

式中的 $U(Q)$ 仍然表示的是 Σ 面上的复振幅分布。上式成为瑞利-索末菲衍射公式,即

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda} \iint_{\Sigma} U(Q) \frac{e^{ikr}}{r} \cos(n, r) dS.$$

比较瑞利-索末菲衍射公式和菲涅耳-基尔霍夫衍射公式,可以看出,其差别仅在于倾角因子不同。而在近轴条件下 $\cos(n, r) = -\cos(n, r_0) = 1$ 。而通常要计算的衍射问题大都属于近轴情况,所以在应用中这两种衍射公式是可以不加区别的。基尔霍夫边界条件的不自洽性,只是在严格的理论意义上是确实的,但在一定条件下,基尔霍夫边界条件近似成立,比如对无限大不透明屏上一定形状的衍射孔 Σ 面的情况,基尔霍夫边界条件就基本符合实际。

瑞利-索末菲衍射公式并不一定比菲涅耳-基尔霍夫衍射公式应用范围更广。尽管选择格林函数 G_- 消除了基尔霍夫边界条件的不自洽性,从理论上说是有意义的,但其边界条件仍是在一定条件下对实际情况的近似描写。索末菲衍射公式与基尔霍夫衍射公式的差别仅在于倾斜因子不同,谁更正确还有待进一步的检验。

需要指出的是,针对惠更斯-菲涅耳原理的不足,中国学者也作了积极的探究。大理学院工程学院副教授罗凌霄老师,在1998年他还是中学老师的时候,在不了解基尔霍夫和索末菲等人成果的情况下,从波不退行的事实和简单性出发,假定了倾斜因子的函数形式^[3]为

$$K(\theta) = \begin{cases} \cos \theta, & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < \theta \leq \pi \end{cases}$$

从这一假设和惠更斯-菲涅耳原理出发进行推演,可得到与瑞利-索末菲衍射公式几乎一致的结果,同样推出次波振源的相位比同一位置的光振动的相位超前 $\pi/2$,次波振源引起的振动与波长成反比,这些结论。在文献[4]中,罗凌霄老师进一步把惠更斯-菲涅耳原理用于几率波,给出了一种计算粒子几率密度的方法。

综上所述,从惠更斯原理直到瑞利-索末菲衍射公式,光的衍射理论的发展体现出科学研究“由此及彼,由表及里,去粗取精,去伪存真”,从定性、半定量再到定量的逐步精确化的发展历程。对我们

微波法制备木犀草素

自俊青,王基伟,黄毕生
(大理学院,云南大理 671003)

[摘要] 报道了在碱性水溶液中,利用微波辐射,以保险粉($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_4$)还原芦丁制备木犀草素的反应。采用功率为250 W条件下,加热回流1 h(20 min×3),收率67%。与已知方法相比,本法原料易得,操作简单,工艺稳定,反应时间短,收率较好。同时,对微波加热的机制和优点进行了分析和总结。

[关键词] 制备;芦丁;木犀草素;微波加热

[中图分类号] O62 [文献标志码] A [文章编号] 1672-2345(2012)04-0045-03

Preparation of Luteolin by Microwave Irradiation

ZI Junqing, WANG Jiwei, HUANG Bisheng
(Dali University, Dali, Yunnan 671003, China)

[Abstract] Rutin was reduced to luteolin by dithionite with microwave irradiation in aqueous sodium hydroxide solution. The yield of luteolin was 67% when the mixture was refluxed for twenty minutes under 250 W for three times. The method of preparation of luteolin is convenient and timesaving with high yield. At the same time, the advantage and mechanism of heating have also been discussed.

[Key words] preparation; rutin; luteolin; microwave irradiation

木犀草素(luteolin),又名藤黄菌素,是从白毛夏枯草、菊花、全叶青兰等药用植物中分离出的有效成分,其结构为5,7,3',4'-四羟基黄酮,见图1。

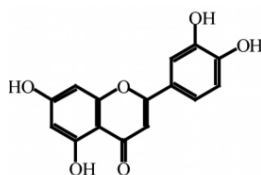


图1 木犀草素的结构

木犀草素具有抗菌、抗炎、抗癌作用,其天然品已在临床上用于止咳、祛痰、消炎,有较好的疗效。

也有人报道木犀草素有降低粥样动脉硬化和胆固醇、增强毛细管通透性的作用^[1]。由于其具有抗氧化性而用于抑制含油食品的酸败,可作为食品保鲜剂^[2]。木犀草素在植物中的含量不高,如菊花中含量为0.02~0.07%^[3],而且资源有限、提取率低,因而大大影响了其在临床和其它方面的应用。以下将用微波加热法,在碱性条件下,用保险粉($\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_4$)将芦丁(rutin)还原,得到了木犀草素,反应一步完成,收率较好。与其它文献报道^[4]相比,该法具有反应时间短、原料价格低廉且易得、步骤简单、操作简便、收率较高的优点。反应式见图2。

深入认识自然界和人类社会有着重要的启示意义。

[参考文献]

- [1] 梁绍荣,刘昌年,盛正华,等.普通物理学·光学 第四分册[M].3版.北京:高等教育出版社,2005.
- [2] 普朗克.理论物理学导引·光学 第4卷[M].钟间,译.北京:高等教育出版社,1959.
- [3] 罗凌霄,张学清.定量惠更斯-菲涅耳原理[J].大理师范

高等专科学校学报,1998(3):94-94.

- [4] 罗凌霄.惠更斯-菲涅耳原理的定量化[J].西南民族大学学报:自然科学版,2004,30(5):666-667.

[收稿日期] 2011-12-09 [修回日期] 2012-01-10
[作者简介] 张瑶,讲师,主要从事科技史研究。

(责任编辑 袁霞)